

РЕШАВАНЕ НА СРАВНЕНИЯ ОТ ПЪРВА СТЕПЕН С ЕДНО НЕИЗВЕСТНО И СИСТЕМИ ОТ ТАКИВА СРАВНЕНИЯ С ПОМОЩТА НА ПЕРСОНАЛЕН КОМПЮТЪР

РУМЯНА НЕСТОРОВА, ГР.ВРАЦА

Настоящата статия е резултат от извънкласната ми работа с изявени ученици по математика и информатика в гимназиален етап. В няколко занятия предварително се разглеждат по подходящ начин горните понятия и някои техни приложения. Новост е съставянето на програми на QBasic за машинно решаване на сравнения и системи сравнения от първа степен с едно неизвестно.

Известно е, че сравнение от първа степен с едно неизвестно се нарича сравнение от вида (1) $ax_0 + b \equiv 0 \pmod{m}$, където a, b са цели числа, модулът m е естествено число по-голямо от 1 и a не се дели на m .

Освен това, известно е, че всяко цяло число x_0 , за което числото $ax_0 + b$ се дели на m , се нарича решение на сравнението (1).

За изучаваните сравнения от вида (1) сме показали, че са възможни следните три случая:

1) Ако числата a и m са взаимно прости, то сравнението (1) има единствено решение (припомняме, че две решения x_1 и x_2 на сравнението (1) се считат за различни, когато не принадлежат на един и същи клас от числа по модул m).

2) Ако най-големият общ делител d на a и m , различен от 1 и d дели b , то сравнението (1) има d решения.

3) Ако най-големият общ делител d на a и m , различен от 1 и d не дели b , то сравнението (1) няма решение.

Алгоритъмът на предложената програма за решаване на сравнения от вида (1) се базира на казаното по-горе и на един от начините за решаване на такива сравнения, ползващ следното:

Едно решение на сравнението (1) представлява цял клас от числа по модул m , но класовете от числа по модул m са точно m на брой и една система представители на тези класове са числата

(2) $0, 1, 2, \dots, m-1$. Един клас от числа по модул m е решение на сравнението (1) тогава и само тогава, когато съответният му представител от

Обобщавайки случаите на решимост и нерешимост за системи сравнения от вида (3), можем да кажем, че е вярна следната

Теорема. Системата сравнения (3) или няма решение, или има точно едно решение по модул $m = [m_1, m_2, \dots, m_k]$. Ако модулите $m_1, m_2, \dots, m_k$ са два по два взаимно прости, то $[m_1, m_2, \dots, m_k] = m_1, m_2, \dots, m_k$.

Алгоритъмът на втората програма се базира на тази теорема и на същата идея за непосредствена проверка с числата от една система представители на класовете от числа по модул $m = [m_1, m_2, \dots, m_k]$.

Намирането на най-малкото общо кратно на k числа свеждаме до търсене на най-малкото общо кратно на две числа, a най-малкото общо кратно на две числа намираме по формулата $[a, b] = \frac{a \cdot b}{(a, b)}$, в която (a, b) се намира по известния алгоритъм на Евклид за намиране на най-големия общ делител на две цели числа (този алгоритъм е използван и в първата програма).

Програмата е следната:

```
10    PRINT "k=" : INPUT k
15    DIM A(k), B(k), M(k), R(k), Z(k), T(k)
20    FOR R=1 TO k
30    PRINT "A("; R; ")=" : INPUT A(R)
40    PRINT "B("; R; ")=" : INPUT B(R)
50    PRINT "M("; R; ")=" : INPUT M(R)
55    T (R)= M(R)
60    NEXT R
70    FOR S=1 TO k-1
80    P =T(S) : Q =T(S+1)
90    IF P>Q THEN P =P-Q : GO TO 90
100   IF P<Q THEN Q =Q-P : GO TO 90
110   D = P:M =T(S)*T(S+1)/D
120   T(S+1) =M
130   NEXT S
140   FOR I=0 TO M-1
150   X=I
160   FOR Y=1 TO k
170   Z(Y)=INT((A(Y)*X+B(Y))/M(Y))
180   R(Y)=(A(Y)*X+B(Y))/M(Y)
```

```
190  IF (R(Y) – Z(Y)) <> 0 THEN 220
200  NEXT Y
210  GO TO 240
220  NEXT I
230  PRINT “СИСТЕМАТА НЯМА РЕШЕНИЕ” : END
240  PRINT “X СРАВНИМО С”; I ; “ПО МОДУЛ”; M
```

Проверяваме действието на програмите върху някои от решаваните преди това сравнения и системи сравнения, след което можем да преминем и към машинното решаване на други сравнения от вида (1) и на по-сложни системи сравнения от вида (3).

Разбира се, може да се помисли и да се поработи върху ускоряване изпълнението на тези програми.

Като се има предвид, колко много задачи, от различно естество водят то тези две понятия е ясно, че съставянето на горните две програми не е без значение.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Гаврилов, Д. Димитров, Й. Димовски. Съвременна аритметика. С., 1975.